PROBLÈMES · REPÈRES ET MÉTHODES

Problèmes : suites et analyse

CORRIGÉ · Démarches et réponses

1 Un amphithéâtre

Le rang k contient 16 + 3(k - 1) places. Le dernier en a 73 et la capacité est 20(16 + 73)/2 = 890. Le cumul de k rangs est k(3k + 29)/2. Pour k = 14 il vaut 497 ; pour k = 15, 555. Le cumul étant croissant, le premier rang demandé est 15.

2 Une baisse régulière

u(n) = 800 × 0,85^n, avec n ≥ 0. u(4) = 417,605, soit environ 417,61. La suite est positive et décroissante. u(8) ≈ 217,99 et u(9) ≈ 185,29 : le premier rang recherché est 9. Un contrôle de ces deux termes encadre le franchissement.

3 Un bénéfice

B(q) = -(q - 4)(q - 16) = 36 - (q - 10)². Il est strictement positif pour 4 < q < 16. Pour q entier : de 5 à 15. Le maximum vaut 36, atteint en q = 10. Les quantités 4 et 16 donnent l’équilibre, pas un bénéfice strict.

Problèmes : suites et analyse

CORRIGÉ · Démarches et réponses

4 Une boîte optimale

Le domaine est $0 < x < 6$. $V(x) = x(12 - 2x)^2$ et $V'(x) = (12 - 2x)(12 - 6x)$. La dérivée est positive jusqu'à 2 puis négative jusqu'à 6. Le maximum est $V(2) = 128$ cm³, pour une base 8 cm × 8 cm et une hauteur 2 cm.

5 Une tangente

$f'(x) = 3x^2 - 3$, nul en -1 et 1. Les points sont (-1 ; 2) et (1 ; -2), avec tangentes $y = 2$ et $y = -2$. f' est positif à l'extérieur de [-1 ; 1] et négatif à l'intérieur : maximum local en -1, minimum local en 1. Ce ne sont pas des extrémums globaux sur R.

6 Une croissance continue

$N'(t) = 20\exp(0{,}2t) > 0$: croissance. $N(5) = 100e \approx 271{,}83$. Le rapport $N(t+1)/N(t)$ vaut $\exp(0{,}2)$, soit une hausse d'environ 22,14 %. Sur la grille des dixièmes, $N(3{,}4) \approx 197{,}39$ et $N(3{,}5) \approx 201{,}38$: le premier instant testé au-dessus de 200 est 3,5.