PROBABILITÉS · REPÈRES ET MÉTHODES

Espérance, variance et risque

ÉTAPE 1 · Mesurer la dispersion

Prénom : ..... Date : .....

1 Calcul direct

X prend -2, 0 et 4 avec probabilités 0,25 ; 0,5 ; 0,25. Calcule E(X).

Calcule V(X) comme moyenne pondérée des carrés des écarts à E(X), puis σ(X).

Explique pourquoi variance et écart type n'ont pas les mêmes unités.

2 Deux formules

Pour la même loi, calcule $E(X^2)$ puis $E(X^2) - E(X)^2$.

Démontre l'égalité avec la première formule en développant le carré.

Pourquoi $E(X^2)$ n'est-il généralement pas $E(X)^2$?

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

Espérance, variance et risque

ÉTAPE 2 · Comparer des lois

Prénom : ..... Date : .....

3 Même moyenne

A prend 9 et 11 avec probabilités 1/2 et 1/2 ; B prend 0 et 20 avec les mêmes probabilités.

Calcule espérances, variances et écarts types. Interprète les différences.

Quel indicateur traduit ici la régularité ?

4 Transformer les valeurs

Reprends X de la première page et définis Y = 3X + 5.

Calcule sa loi, son espérance et sa variance. Vérifie V(Y) = 9V(X) et σ(Y) = 3σ(X).

Explique pourquoi ajouter une constante ne change pas la dispersion.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

Espérance, variance et risque

ÉTAPE 3 · Relier modèle et observations

Prénom : ..... Date : .....

5 Des coûts aléatoires

Une réparation fictive coûte 0 €, 50 € ou 200 €, avec probabilités 0,8 ; 0,15 ; 0,05.

Calcule coût moyen et écart type. Compare le coût moyen à un forfait de 20 €.

Pourquoi le choix d'un forfait ne dépend-il pas uniquement de l'espérance ?

6 Une simulation de moyenne

Simule 100 puis 1 000 coûts et calcule leurs moyennes. Répète plusieurs fois.

Compare au coût théorique. Explique pourquoi une moyenne de simulation n'est pas une garantie pour un individu.

Présente une conclusion qui distingue risque individuel et comportement collectif.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.