ANALYSE · REPÈRES ET MÉTHODES

Dérivée, variations et optimisation

ÉTAPE 1 · Du signe au tableau

Prénom : ..... Date : .....

1 Un polynôme

Étudie f(x) = x³ - 3x² - 9x + 5 : dérivée, signe de la dérivée et variations.

Calcule les valeurs aux points critiques. Distingue maximum local et maximum sur [-2 ; 4].

2 Une fonction rationnelle

Étudie les variations de g(x) = (2x + 1)/(x + 2) sur chaque intervalle de son domaine.

Peut-on affirmer qu'elle est croissante sur tout son domaine en comparant -3 et 0 ? Justifie.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

Dérivée, variations et optimisation

ÉTAPE 2 · Exploiter une différence

Prénom : ..... Date : .....

3 Position relative

Compare la courbe de f(x) = x³ avec sa tangente en x = 1.

Factorise f(x) - (3x - 2) et détermine où la courbe est au-dessus.

Une tangente reste-t-elle toujours d'un même côté de la courbe ?

4 Établir une inégalité

Pour x positif, étudie h(x) = x + 1/x. Trouve son minimum.

Déduis x + 1/x ≥ 2 pour x > 0. Donne le cas d'égalité et explique pourquoi x = 0 est exclu.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

ANALYSE · REPÈRES ET MÉTHODES

Dérivée, variations et optimisation

ÉTAPE 3 · Choisir et justifier un optimum

Prénom : ..... Date : .....

5 Une boîte

On découpe quatre carrés de côté x dans une feuille carrée de 12 cm, puis on relève les bords.

Exprime V(x), donne le domaine géométrique, dérive et cherche le volume maximal.

Compare les candidats et les cas limites ; donne les dimensions de la boîte optimale.

6 Un coût moyen

Un modèle propose $C(q) = q^2 + 16q + 100$ pour $q > 0$.

Étudie le coût moyen $C(q)/q$ et trouve la quantité qui le minimise.

Si q doit être entier, justifie le choix final. Pourquoi optimiser C et C/q ne répond-il pas à la même question ?

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.