NOMBRES ET CALCULS · REPÈRES ET MÉTHODES

Divisibilité, fractions et démonstrations

ÉTAPE 1 · Chercher et organiser

Prénom : ..... Date : .....

1 Diviseurs et multiples

Liste les diviseurs positifs de 72 et de 120 en regroupant les facteurs par paires. Repère leurs diviseurs communs.

Décompose 72, 120 et 252 en facteurs premiers. Déduis le plus grand diviseur commun à 72 et 120.

Deux signaux se répètent toutes les 72 et 120 secondes. Ils coïncident au départ : cherche la prochaine coïncidence.

2 Fractions irréductibles

Simplifie 84/126 ; 150/210 ; 252/198 ; 105/165. Justifie que les fractions obtenues sont irréductibles.

Calcule ensuite 7/12 + 5/18 ; 11/15 - 7/20 ; (14/25) × (15/21) ; (9/14) ÷ (27/35).

Pour deux calculs, contrôle le résultat par une estimation décimale.

Divisibilité, fractions et démonstrations

ÉTAPE 2 · Passer du nombre à la preuve

Prénom : ..... Date : .....

3 Pairs et impairs

Écris un entier pair sous la forme 2k et un entier impair sous la forme 2k + 1, avec k entier.

Démontre que la somme de deux impairs est paire, puis que leur produit est impair.

Démontre que le carré d'un impair est impair. Quelques exemples suffisent-ils à démontrer la propriété ?

4 Une implication et sa réciproque

« Si un entier est multiple de 12, il est multiple de 6. » Démontre cette affirmation.

Écris sa réciproque. Est-elle vraie ? Donne une justification ou un contre-exemple.

Pour n entier, étudie la parité de n(n + 1) en distinguant deux cas.

Divisibilité, fractions et démonstrations

ÉTAPE 3 · Modéliser et contrôler

Prénom : ..... Date : .....

5 Des lots identiques

Une association a 168 carnets et 252 crayons. Elle prépare des lots identiques en utilisant tout.

Cherche tous les nombres de lots possibles, puis le nombre maximal et sa composition.

Elle ajoute 12 carnets : le même nombre maximal de lots reste-t-il possible ? Justifie.

6 Un algorithme de multiples

Pour des entiers positifs a et b, avec b non nul, Python calcule q = a // b et r = a % b.

Fais les calculs pour (a,b) = (157,12), (252,18), (400,32). Explique le rôle de q et r.

Écris une condition qui teste si b divise a. Explique pourquoi b × (a // b) est le plus grand multiple de b inférieur ou égal à a.