FONCTIONS · REPÈRES ET MÉTHODES

Variations, extrémums et optimisation

ÉTAPE 1 · Lire les informations disponibles

Prénom : ..... Date : .....

1 Un tableau de variations en mots

f est strictement croissante de -4 à -1, décroissante de -1 à 2, puis croissante de 2 à 5.

On donne f(-4) = -2, f(-1) = 4, f(2) = 1 et f(5) = 3. Construis le tableau et une courbe possible.

Donne les extrémums sur [-4 ; 5], puis sur [-1 ; 5]. Peut-on calculer exactement f(0) ?

2 Comparer sans tout connaître

Avec la même fonction, compare f(-3) et f(-2), puis f(0) et f(1).

Peut-on comparer f(-2) et f(4) avec certitude ? Justifie en imaginant plusieurs courbes possibles.

Donne un encadrement de f(x) pour x dans [-1 ; 2].

Variations, extrémums et optimisation

ÉTAPE 2 · Relier formule et comportement

Prénom : ..... Date : .....

3 Une parabole déplacée

Soit g(x) = (x - 2)² + 1 sur [-1 ; 5]. Calcule les images des entiers.

Conjecture ses variations et montre que g(x) ≥ 1 pour tout x. Où l'égalité est-elle atteinte ?

Résous g(x) = 5 et compare les deux solutions à l'axe de symétrie.

4 Distinguer signe et variation

La fonction h(x) = -2x + 6 est-elle décroissante ? Est-elle toujours négative ?

Dresse séparément son tableau de variations et son tableau de signes.

Donne une fonction croissante mais négative sur [0 ; 1], puis une fonction décroissante mais positive sur cet intervalle.

Variations, extrémums et optimisation

ÉTAPE 3 · Optimiser avec une justification

Prénom : ..... Date : .....

5 Un enclos

On clôture trois côtés d'un rectangle contre un mur avec 24 m de grillage. Les côtés perpendiculaires au mur mesurent x.

Exprime l'autre côté, le domaine de x et l'aire A(x). Vérifie $A(x) = 72 - 2(x - 6)^2$.

Déduis l'aire maximale et les dimensions correspondantes. Explique pourquoi le raisonnement vaut pour tout x du domaine.

6 Un balayage numérique

Pour $A(x) = x(24 - 2x)$ sur [0 ; 12], calcule les aires pour x de 0 à 12 avec un pas de 2.

Recommence entre 5 et 7 avec un pas de 0,5. Compare le maximum observé à la preuve précédente.

Écris un algorithme qui conserve la meilleure aire testée. Une recherche sur une grille prouve-t-elle le maximum exact ?