ANALYSE · APPLICATIONS VARIÉES

Continuité, valeurs intermédiaires et dichotomie

ÉTAPE 1 · Vérifier les hypothèses

Prénom : ..... Date : .....

1 Un raccord

$f(x)=x^2$ pour $x\leq 2$ et $ax+1$ pour $x>2$.

Choisis a pour la continuité en 2. La fonction est-elle alors dérivable en 2 ?

2 Existence et unicité

Montre que $x^3+x-1=0$ possède une unique solution sur $[0 ; 1]$.

Justifie séparément existence et unicité, puis encadre la solution au dixième.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

ANALYSE · APPLICATIONS VARIÉES

Continuité, valeurs intermédiaires et dichotomie

ÉTAPE 2 · Localiser une racine

Prénom : ..... Date : .....

3 Une dichotomie

Pour $f(x)=x^3-2$ sur [1 ; 2], effectue quatre étapes de dichotomie.

Donne l'intervalle final et une borne sur l'erreur du milieu.

4 Une hypothèse manquante

Sur [-1 ; 1], $f(x)=1/x$ n'est pas définie en 0 et change de signe.

Explique pourquoi on ne peut pas appliquer le théorème des valeurs intermédiaires pour conclure à un zéro.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

ANALYSE · APPLICATIONS VARIÉES

Continuité, valeurs intermédiaires et dichotomie

ÉTAPE 3 · Contrôler une approximation

Prénom : ..... Date : .....

5 Plusieurs racines

Étudie x^3-3x sur [-2 ; 2].

Trouve les racines et explique pourquoi le changement de signe aux extrémités ne garantit pas l'unicité.

6 Un nombre d'étapes

Une dichotomie part d'un intervalle de longueur 5.

Combien d'étapes garantissent une largeur inférieure à 10^-6 ? Donne aussi l'erreur maximale du milieu.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.