ANALYSE · REPÈRES ET MÉTHODES

# Continuité, valeurs intermédiaires et dichotomie

## ÉTAPE 1 · Comprendre les hypothèses

Prénom : ..... Date : .....

### 1 Continuité ou rupture

Considère f(x) = x² si x ≤ 1 et f(x) = 2x - 1 si x > 1. Étudie la continuité en 1.

Recommence en remplaçant 2x - 1 par 2x. Compare limites à gauche, à droite et valeur en 1.

### 2 Existence d’une solution

Pour f(x) = x³ + x - 1, calcule f(0) et f(1), puis justifie l’existence d’une racine entre 0 et 1.

Quelle hypothèse garantit l’existence ? Un changement de signe suffit-il pour une fonction discontinue ? Donne un exemple.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

# Continuité, valeurs intermédiaires et dichotomie

## ÉTAPE 2 · Établir l'unicité

Prénom : ..... Date : .....

### 3 Une équation

Dérive f(x) = x³ + x - 1 et montre qu'elle est strictement croissante.

Conclue à l'unicité de la racine réelle. Encadre-la à 0,1 près puis à 0,01 près.

### 4 Plusieurs racines possibles

Étudie f(x) = x³ - 3x sur [-2 ; 2]. Dresse le tableau de variations et compte ses zéros.

Pourquoi l'existence d'une racine ne signifie-t-elle pas son unicité ?

Découpe le domaine en intervalles où un argument d'unicité s'applique.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

# Continuité, valeurs intermédiaires et dichotomie

## ÉTAPE 3 · Approcher avec une garantie

Prénom : ..... Date : .....

### 5 Dichotomie

Pour $x^3 + x - 1 = 0$ sur [0 ; 1], effectue quatre étapes de dichotomie.

À chaque étape, conserve l'intervalle où le signe change. Donne une borne sur sa longueur après n étapes.

Écris une fonction Python renvoyant un encadrement de largeur au plus 0,001.

### 6 Image d'une suite

Une suite u(n) converge vers 2. Donne les limites de $\sqrt{(u(n)+3)}$ et exp(u(n)) en justifiant les domaines à partir d'un certain rang.

Peut-on appliquer le même argument à 1/(u(n)-2) ? Compare u(n) = 2 + 1/n et u(n) = 2 - 1/n.

Nomme précisément la condition qui fait défaut.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.