ANALYSE · REPÈRES ET MÉTHODES

Convexité et points d’inflexion

ÉTAPE 1 · Étudier la dérivée seconde

Prénom : ..... Date : .....

1 Trois courbes

Calcule les dérivées secondes de x², x³ et x^4.

Étudie leurs signes et les intervalles de convexité ou concavité. Repère les points d’inflexion éventuels.

2 Une condition insuffisante

La dérivée seconde de x^4 s’annule en 0 : la convexité change-t-elle ?

Compare avec x³. Formule une conclusion sur l’annulation de f’’ et le changement de signe.

Illustre par un croquis.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

Convexité et points d’inflexion

ÉTAPE 2 · Relier tangentes et courbe

Prénom : ..... Date : .....

3 Une tangente de référence

Pour f(x) = exp(x), justifie la convexité et donne la tangente en 0.

Retrouve exp(x) ≥ 1 + x. Pour ln(x), étudie la concavité et déduis ln(x) ≤ x - 1 pour x > 0.

4 Une étude complète

Pour f(x) = x^3 - 3x^2 + 2, calcule f’, f’’, les variations et la convexité.

Détermine le point d’inflexion et sa tangente. Compare les abscisses des extrémums et de l’inflexion.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

ANALYSE · REPÈRES ET MÉTHODES

Convexité et points d’inflexion

ÉTAPE 3 · Interpréter une croissance

Prénom : ..... Date : .....

5 Croissance et courbure

Donne un exemple de fonction croissante convexe, puis croissante concave sur un intervalle précisé.

Pour une quantité f(t), explique ce que signifie une dérivée positive mais décroissante.

Pourquoi « croissante » et « convexe » ne sont-ils pas synonymes ?

6 Un modèle

Étudie la convexité de f(x) = x exp(-x) sur [0 ; +∞[et situe son point d’inflexion.

Compare cet instant avec celui du maximum de f. Calcule la tangente au point d’inflexion.

Rédige une description de la courbe qui distingue variations et convexité.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.