ANALYSE · REPÈRES ET MÉTHODES

Dérivées composées et études de fonctions

ÉTAPE 1 · Repérer les fonctions imbriquées

Prénom : ..... Date : .....

1 Chaîne de dérivation

Dérive (3x - 1)^5, √(2x + 3), exp(-x²) et ln(x² + 1).

Précise les domaines et écris dans chaque cas fonction intérieure et fonction extérieure.

2 Combiner les règles

Dérive x exp(-x), (ln(x))/x et (x² + 1)/(x² - 1).

Simplifie les résultats et garde les restrictions de domaine.

Repère l'erreur dans la dérivée proposée de exp(x²) : 2x exp(x).

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

Dérivées composées et études de fonctions

ÉTAPE 2 · Étudier et démontrer

Prénom : ..... Date : .....

3 Un produit exponentiel

Étudie f(x) = x exp(-x) sur [0 ; +∞[: dérivée, signe, variations, limite et maximum.

Calcule la tangente en 0 et compare la courbe à cette tangente.

4 Une fonction logarithmique

Étudie g(x) = ln(x)/x sur]0 ; +∞[. Détermine signe, dérivée, variations et limites.

Donne son maximum exact et interprète l'abscisse où la dérivée s'annule.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

ANALYSE · REPÈRES ET MÉTHODES

Dérivées composées et études de fonctions

ÉTAPE 3 · Optimiser et contrôler

Prénom : ..... Date : .....

5 Une famille

Pour a > 0, on pose f(x) = x exp(-ax) sur [0 ; +∞[.

Trouve son maximum et l'abscisse correspondante en fonction de a.

Compare a = 1, 2 et 1/2. Explique ce que change a sur la courbe.

6 Une preuve par variations

Étudie h(x) = exp(x) - x - 1 et démontre exp(x) ≥ x + 1 pour tout réel x.

Détermine le cas d'égalité. Déduis la position de l'exponentielle par rapport à sa tangente en 0.

Pourquoi une approximation locale ne suffirait-elle pas à prouver l'inégalité globale ?

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.