ANALYSE · REPÈRES ET MÉTHODES

Équations différentielles et modèles

ÉTAPE 1 · Vérifier et résoudre

Prénom : ..... Date : .....

1 Une famille de solutions

Vérifie que y(t) = C exp(2t) satisfait y' = 2y. Trouve C si y(0) = 3 puis si y(1) = 1.

Explique pourquoi une condition initiale sélectionne une solution.

2 Avec un terme constant

Résous y' = -2y + 6 en cherchant d'abord une solution constante puis en posant z = y - 3.

Détermine la solution avec y(0) = 1. Vérifie par dérivation et substitution.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

Équations différentielles et modèles

ÉTAPE 2 · Interpréter les paramètres

Prénom : ..... Date : .....

3 Un refroidissement fictif

La température suit T’ = -0,2(T - 20), avec T(0) = 80.

Trouve T(t), sa limite et son sens de variation. Calcule le temps pour atteindre 30, en précisant les unités de t.

4 Un remplissage avec perte

Une quantité vérifie q’ = 12 - 0,3q et q(0) = 10.

Détermine q, sa valeur d’équilibre et son évolution. Le modèle atteint-il exactement l’équilibre en temps fini ?

Justifie avec l’expression obtenue.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

Équations différentielles et modèles

ÉTAPE 3 · Approcher et critiquer

Prénom : ..... Date : .....

5 Méthode d'Euler

Pour y' = -y et y(0) = 1, calcule les valeurs jusqu'à t = 1 avec un pas h = 0,25.

Compare à exp(-1), puis recommence avec h = 0,1 à l'aide d'un programme.

Explique pourquoi la méthode donne une approximation et non la solution exacte.

6 Une erreur de signe

Un élève propose T(t) = 20 + 60exp(0,2t) pour le refroidissement de la page précédente.

Vérifie la condition initiale puis l'équation différentielle : laquelle est satisfaite ?

Explique pourquoi vérifier seulement la valeur initiale ne suffit pas à valider un modèle.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.