GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE · REPÈRES ET MÉTHODES

Vecteurs, bases et orthogonalité

ÉTAPE 1 · Repérer dans l'espace

Prénom : ..... Date : .....

1 Coordonnées et normes

Dans un repère orthonormé, A(1 ; 0 ; 2), B(3 ; -1 ; 4), C(0 ; 2 ; 1).

Calcule les vecteurs AB et AC, leurs normes et le milieu de [BC].

Calcule AB·AC puis l'angle BAC au degré près.

2 Un cube

Dans le cube unité ABCDEFGH, prends A comme origine et AB, AD, AE comme vecteurs de base.

Donne les coordonnées des huit sommets, puis des milieux de [AG] et [BF].

Calcule la longueur de la diagonale AG et vérifie l'orthogonalité de AB et AE.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

Vecteurs, bases et orthogonalité

ÉTAPE 2 · Combiner les vecteurs

Prénom : ..... Date : .....

3 Une base ou un plan ?

Soit u = (1 ; 0 ; 1), v = (0 ; 1 ; 1) et w = (1 ; 1 ; 2).

Exprime w en fonction de u et v. Ces trois vecteurs forment-ils une base de l'espace ?

Étudie ensuite u, v et k = (0 ; 0 ; 1) en cherchant une combinaison nulle.

4 Coplanarité

A(0 ; 0 ; 0), B(1 ; 0 ; 1), C(0 ; 1 ; 1), D(2 ; 3 ; 5).

Exprime AD comme combinaison de AB et AC. Déduis la coplanarité des quatre points.

Le point E(2 ; 3 ; 6) est-il dans le même plan ? Justifie.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

Vecteurs, bases et orthogonalité

ÉTAPE 3 · Prouver une orthogonalité

Prénom : ..... Date : .....

5 Une normale

Pour u = (1 ; 1 ; 0) et v = (0 ; 1 ; 1), vérifie que n = (1 ; -1 ; 1) est orthogonal aux deux.

Pourquoi n est-il normal au plan engendré par u et v ? Quelle hypothèse faut-il vérifier sur u et v ?

6 Distance et projection

Soit A(2 ; 3 ; 4) et le plan z = 1. Donne le projeté orthogonal H de A et la distance AH.

Fais de même pour l'axe des abscisses. Compare les deux distances.

Explique pourquoi l'orthogonalité à une seule droite du plan ne suffit pas à être normal au plan.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.