ANALYSE · REPÈRES ET MÉTHODES

Exponentielle : équations et modèles bornés

ÉTAPE 1 · Transformer et résoudre

Prénom : ..... Date : .....

1 Une substitution

Résous $\exp(2x)-3\exp(x)+2=0$ en posant $X=\exp(x)$.

Quelles valeurs de X sont admissibles ? Reviens à x et vérifie dans l'équation initiale.

Résous ensuite $\exp(2x)-3\exp(x)+2\leq 0$.

2 Comparer deux croissances

Étudie les limites de $\exp(x)/(x+1)$ et de $x\exp(-x)$ en $+\infty$.

Compare $\exp(x)$ et $2x$ sur R à l'aide de $h(x)=\exp(x)-2x$: variations et minimum.

Donne le minimum exact et justifie son signe.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

Exponentielle : équations et modèles bornés

ÉTAPE 2 · Étudier un modèle borné

Prénom : ..... Date : .....

3 Une fonction logistique

Soit f(x)=2/(1+exp(-x)) sur R. Justifie son domaine et 0<f(x)<2.

Calcule sa dérivée, ses variations et ses limites en -∞ et +∞. Donne les asymptotes.

Résous f(x)=1 puis f(x)=3/2.

4 Symétrie et courbure

Pour la même fonction, vérifie f(-x)=2-f(x). Interprète la symétrie du graphe.

Calcule f'' et étudie son signe, puis trouve le point d'inflexion et sa tangente.

Distingue la croissance de f et celle de sa dérivée.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

ANALYSE · REPÈRES ET MÉTHODES

Exponentielle : équations et modèles bornés

ÉTAPE 3 · Interpréter les limites du modèle

Prénom : ..... Date : .....

5 Une diffusion fictive

Une proportion est modélisée par p(t)=1/(1+9exp(-0,5t)), pour t≥0.

Calcule p(0), sa limite, puis le temps exact pour atteindre 50 % et 90 %.

Explique pourquoi une exponentielle croissante non bornée serait peu adaptée à une proportion.

6 Contrôler numériquement

Pour f(x)=2/(1+exp(-x)), construis un tableau de valeurs sur [-4;4] puis trace la courbe.

Compare la tangente en 0 à la courbe sur chacun des deux côtés. Vérifie les conclusions par le signe de f''.

Un graphique borné à [-4;4] démontre-t-il les asymptotes ? Indique l'argument analytique nécessaire.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.