ANALYSE · REPÈRES ET MÉTHODES

Intégrales, aires et valeurs moyennes

ÉTAPE 1 · Relier aire et calcul

Prénom : ..... Date : .....

1 Une aire positive

Pour f(x) = 2x + 1 sur [0 ; 3], calcule l'intégrale par une primitive puis par l'aire d'un trapèze.

Fais de même pour x^2 sur [0 ; 2] par une primitive. Donne les unités si x est en heures et f en litres par heure.

2 Un signe qui change

Calcule l'intégrale de x - 1 entre 0 et 3, puis l'aire totale entre sa droite et l'axe.

Découpe au point de changement de signe. Explique la différence entre intégrale signée et aire.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

Intégrales, aires et valeurs moyennes

ÉTAPE 2 · Exploiter les propriétés

Prénom : ..... Date : .....

3 Linéarité et Chasles

Sachant que l'intégrale de f de 0 à 2 vaut 3 et de 2 à 5 vaut -1, calcule celle de 0 à 5 et de 5 à 0.

Si l'intégrale de g de 0 à 5 vaut 4, calcule celle de 2f - 3g sur le même intervalle.

4 Aire entre deux courbes

Compare f(x) = 2x et g(x) = x² sur [0 ; 2].

Calcule l'aire entre les deux courbes en intégrant leur différence. Vérifie les points d'intersection.

Pourquoi faut-il d'abord identifier la courbe supérieure ?

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

Intégrales, aires et valeurs moyennes

ÉTAPE 3 · Approcher et interpréter

Prénom : ..... Date : .....

5 Valeur moyenne

Calcule la valeur moyenne de $f(x) = x^2 + 1$ sur $[0 ; 3]$.

Trouve un point c de cet intervalle où f(c) atteint cette moyenne. Interprète géométriquement.

6 Rectangles et contrôle

Pour $f(x) = x^2$ sur $[0 ; 1]$, calcule les sommes des rectangles à gauche et à droite avec 4 subdivisions.

Justifie l'encadrement de l'intégrale et compare à 1/3.

Écris un programme pour n subdivisions ; explique pourquoi l'écart des deux sommes diminue.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.