SUITES · REPÈRES ET MÉTHODES

Suites : limites, comparaisons et convergence

ÉTAPE 1 · Calculer et comparer

Prénom : ..... Date : .....

1 Limites usuelles

Détermine les limites de 3 + 2/n, (2n² - 1)/(n² + 4), 5×0,8^n et n² - 3n, aux rangs où les expressions existent.

Justifie chaque transformation. Étudie aussi (-1)^n et (-1)^n/n : même comportement ?

2 Encadrement

On sait 2 - 1/n ≤ u(n) ≤ 2 + 3/n pour n ≥ 1. Détermine sa limite et cite le théorème.

Montre que cos(n)/n tend vers 0 à l'aide de -1 ≤ cos(n) ≤ 1.

Une suite bornée converge-t-elle toujours ? Donne un contre-exemple.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

Suites : limites, comparaisons et convergence

ÉTAPE 2 · Étudier une récurrence

Prénom : ..... Date : .....

3 Une suite affine

u(0) = 4 et u(n+1) = 0,5u(n) + 3. Cherche le point fixe L et pose v(n) = u(n) - L.

Montre que v est géométrique, donne u(n) explicitement et sa limite.

Détermine variations et premier rang où |u(n)-L| < 0,01.

4 Monotone et bornée

Reprends u(0) = 1, u(n+1) = √(2+u(n)), et démontre croissance et majoration par 2.

Déduis la convergence, puis utilise la continuité pour déterminer la limite.

Pourquoi résoudre seulement L = √(2+L) ne prouverait-il pas la convergence ?

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

SUITES · REPÈRES ET MÉTHODES

Suites : limites, comparaisons et convergence

ÉTAPE 3 · Seuils et esprit critique

Prénom : ..... Date : .....

5 Une précision imposée

Pour u(n) = 5 - 3×0,7^n, cherche le premier rang où |u(n)-5| < 10^(-4).

Résous avec le logarithme puis vérifie les deux rangs encadrant le seuil. Écris une boucle équivalente.

6 Affirmations

« Une suite croissante diverge vers +∞. » « Une suite convergente est bornée. » « Si u(n+1)-u(n) tend vers 0, u converge. »

Justifie ou réfute chaque phrase ; pour la dernière, teste u(n) = √n.

Distingue condition nécessaire et condition suffisante.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.