ANALYSE · REPÈRES ET MÉTHODES

Logarithme : calculs, seuils et équations

ÉTAPE 1 · Respecter le domaine

Prénom : ..... Date : .....

1 Identités

Simplifie $\ln(e^3)$, $\exp(\ln(5))$, $\ln(12) - \ln(3)$ et $\ln(\sqrt{7})$.

Pour $x > 0$, simplifie $\ln(x^2) - 2\ln(x)$. Pourquoi $\ln(a+b)$ ne se simplifie-t-il pas en $\ln(a)+\ln(b)$?

2 Équations

Résous $\ln(x) = 2$; $\ln(x - 1) = 0$; $\ln(x) + \ln(x - 2) = \ln(3)$.

Annonce chaque domaine avant de transformer. Contrôle les solutions après résolution.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

Logarithme : calculs, seuils et équations

ÉTAPE 2 · Comparer et étudier

Prénom : ..... Date : .....

3 Inéquations

Résous ln(x) ≤ ln(4), ln(2x - 1) > 1 et exp(3x) ≥ 7.

Écris les solutions en intervalles. Justifie l'effet de la stricte croissance de ln et exp.

4 Une fonction

Étudie f(x) = x - ln(x) sur]0 ; +∞[: dérivée, variations, minimum et limites.

Déduis ln(x) ≤ x - 1. Quelle est la valeur d'égalité ?

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

ANALYSE · REPÈRES ET MÉTHODES

Logarithme : calculs, seuils et équations

ÉTAPE 3 · Utiliser les seuils

Prénom : ..... Date : .....

5 Une décroissance

Une quantité suit u(n) = 500×0,92^n. Cherche le premier rang où elle est inférieure à 100.

Résous avec ln, en expliquant l'inversion du sens lors de la division par ln(0,92).

Vérifie les deux termes entourant le seuil.

6 Changer d'échelle

Une intensité fictive I positive est décrite par L = 10 log10(I/I0), où I0 > 0 et log10(x) = ln(x)/ln(10).

Calcule la variation de L quand I est multipliée par 10 puis par 2.

Retrouve I/I0 pour L = 30. Explique pourquoi une échelle logarithmique n'est pas proportionnelle à I.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.