PROBLÈMES · REPÈRES ET MÉTHODES

Problèmes : espace et probabilités

CORRIGÉ · Démarches et réponses

1 Une projection

Une normale est (1;1;1). La droite A+t(1;1;1) coupe P pour 6+3t=0, soit t=-2. H=(-1;0;1) et AH=√12=2√3. Pour M dans P, AH est orthogonal à HM ; donc $AM^2=AH^2+HM^2\geq AH^2$. L'égalité n'a lieu que pour M=H.

2 Une intersection

Sur d, x+y+z=3+2t. L'intersection impose t=3/2 et donne (5/2;3;1/2). La direction (1;2;-1) n'est pas colinéaire à la normale (1;1;1) : d n'est pas perpendiculaire à P. Le produit scalaire des deux vecteurs vaut 2, ce qui montre aussi que d n'est pas parallèle au plan.

3 Une commission

Il existe C(10,3)=120 commissions équiprobables. Exactement deux A : C(6,2)C(4,1)=60, soit une probabilité de 1/2. Au moins un B : complément de trois A, donc 1-C(6,3)/120=1-20/120=5/6. L'ordre de choix ne définit pas une nouvelle commission.

Problèmes : espace et probabilités

CORRIGÉ · Démarches et réponses

4 Un contrôle binomial

X suit B(100;0,02). E(X)=2 et V(X)=100×0,02×0,98=1,96, donc σ(X)=1,4. P(X≥1)=1-P(X=0)=1-0,98^100≈0,86738. Le nombre moyen de défauts n'impose pas le nombre de défauts observé dans chaque lot.

5 Un seuil de fiabilité

La probabilité d'aucun succès est 0,8^n. Il faut 1-0,8^n≥0,99, soit n≥ln(0,01)/ln(0,8)≈20,64. Le minimum est 21. Pour n=20, la probabilité vaut environ 0,98847 ; pour n=21, environ 0,99078. Les hypothèses d'indépendance et de probabilité constante sont nécessaires.

6 Une moyenne concentrée

E(M)=10 et V(M)=4/n. L'inégalité donne P(|M-10|≥0,5)≤(4/n)/0,25=16/n. Il suffit donc que n≥320. C'est un seuil suffisant issu d'une majoration générale, pas nécessairement le plus petit seuil possible pour la loi réelle des mesures.