SUITES · APPLICATIONS VARIÉES

Récurrence : rédiger et démontrer

ÉTAPE 1 · Structurer une preuve

Prénom : ..... Date : .....

1 Une somme

Démontre par récurrence que 1+3+...+(2n-1)=n² pour n≥1.

Sépare initialisation, hypothèse et hérédité. Vérifie ensuite le cas n=10.

2 Une divisibilité

Montre que 4^n-1 est divisible par 3 pour tout n≥0.

Dans l'hérédité, exprime 4^(n+1)-1 en fonction de 4^n-1.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

Récurrence : rédiger et démontrer

ÉTAPE 2 · Traiter une somme

Prénom : ..... Date : .....

3 Une inégalité

Démontre 2^n≥n+1 pour n≥0.

À partir de quel rang l'inégalité est-elle stricte ? Justifie.

4 Un intervalle stable

u(0)=1, u(n+1)=√(2+u(n)). Montre par récurrence que 0≤u(n)≤2.

Explique pourquoi la récurrence est bien définie à chaque rang.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

SUITES · APPLICATIONS VARIÉES

Récurrence : rédiger et démontrer

ÉTAPE 3 · Démontrer une borne

Prénom : ..... Date : .....

5 Une suite croissante

Pour la suite précédente, démontre u(n+1)≥u(n) par récurrence.

Indique où tu utilises la croissance de la racine carrée.

6 Une preuve fausse

Un raisonnement prouve seulement que P(n) implique P(n+1), sans vérifier P(0).

Utilise P(n) : « n≥1 » pour montrer ce qui manque et corrige la structure logique.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.