SUITES · RÉVISION DES ACQUIS

Récurrence : rédiger et démontrer

ÉTAPE 1 · Choisir le bon rang initial

Prénom : ..... Date : .....

1 Somme de carrés

Démontre $1^2+...+n^2=n(n+1)(2n+1)/6$ pour $n\geq 1$.

Détaille la factorisation dans l'hérédité plutôt que de la supposer.

2 Une croissance exponentielle

Montre que $3^n\geq n^2$ pour $n\geq 1$.

Traite explicitement le passage de n=1 à 2, puis justifie $3n^2\geq(n+1)^2$ pour $n\geq 2$.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

Récurrence : rédiger et démontrer

ÉTAPE 2 · Renforcer une hypothèse

Prénom : ..... Date : .....

3 Une formule explicite

u(0)=2, u(n+1)=3u(n)+4.

Conjecture puis prouve u(n)=4×3^n-2. Vérifie les deux premiers rangs.

4 Encadrer une récurrence

u(0)=0, u(n+1)=(u(n)+3)/2. Prouve 0≤u(n)<3.

Prouve ensuite 3-u(n)=3/2^n et déduis la convergence.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

Récurrence : rédiger et démontrer

ÉTAPE 3 · Contrôler la conclusion

Prénom : ..... Date : .....

5 Une récurrence de rang deux

u(0)=0,u(1)=1,u(n+2)=u(n+1)+u(n).

Montre u(n)≥0 avec une hypothèse portant sur deux rangs consécutifs. Pourquoi une seule initialisation ne suffit-elle pas ?

6 Un énoncé à corriger

On veut démontrer n!≥2^n pour n≥1. Teste les premiers rangs.

Trouve un rang à partir duquel l'énoncé est vrai, puis donne une preuve complète.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.