PROBABILITÉS · APPLICATIONS VARIÉES

Sommes, concentration et grands nombres

ÉTAPE 1 · Additionner des variables

Prénom : ..... Date : .....

1 Deux variables indépendantes

X,Y sont indépendantes, avec E(X)=3,E(Y)=5,V(X)=2,V(Y)=7.

Calcule E(X+Y),V(X+Y), puis E(2X-Y),V(2X-Y).

2 Une moyenne

X1,...,Xn sont indépendantes de même loi, d'espérance 12 et variance 9.

Donne l'espérance, la variance et l'écart-type de leur moyenne. Applique à n=100.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

Sommes, concentration et grands nombres

ÉTAPE 2 · Étudier une moyenne

Prénom : ..... Date : .....

3 Bienaymé-Tchebychev

Une variable a une espérance 50 et une variance 16.

Majore $P(|X-50|\geq 10)$. Interprète la borne sans la présenter comme une probabilité exacte.

4 Taille d'échantillon

Des variables indépendantes de même loi ont variance 4.

Trouve n garantissant par Tchebychev que la moyenne s'écarte de l'espérance d'au moins 0,5 avec probabilité au plus 0,05.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.

PROBABILITÉS · APPLICATIONS VARIÉES

Sommes, concentration et grands nombres

ÉTAPE 3 · Utiliser une majoration

Prénom : ..... Date : .....

5 Fréquence

Une fréquence de succès est la moyenne de n Bernoulli indépendantes de paramètre p.

Montre que sa variance vaut $p(1-p)/n \leq 1/(4n)$.

6 Une dépendance

Si Y=X, compare V(X+Y) à V(X)+V(Y).

Explique pourquoi la formule d'addition des variances ne s'applique pas sans hypothèse adaptée.

Notation : ^ indique une puissance ; u(n) désigne le terme de rang n.